ابتدا مسئله را به یک معادله خطی تبدیل می‌کنیم. سپس معادله خطی را با استفاده از تابع مولد حل می‌کنیم.

فرض می‌کنیم ۴ عدد انتخابی a_1, a_2, a_3, a_4 که ۲به‌۲ نامتوالی هستند را انتخاب کرده‌ام.

$$0 < a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < n+1$$

تعداد اعداد میان هر دو عدد ←

$$\underbrace{a_1-0-1}_{=x} \quad \underbrace{a_2-a_1-1}_{=y} \quad \underbrace{a_3-a_2-1}_{=w} \quad \underbrace{a_4-a_3-1}_{=z} \quad \underbrace{n+1-a_4-1}_{=t}$$

می‌دانیم $x+y+w+z+t+\underbrace{(4\times 1)}_{\text{اعداد } a_4\, a_3\, a_2\, a_1} = n \Leftarrow x+y+w+z+t = n-4$ *

از طرفی داریم، $a_1 \geq 1 \Rightarrow x = a_1 - 1 \geq 0$, $y = a_2 - a_1 - 1 \geq 1$ (چون نباید متوالی باشند) تعداد اعداد میان a_1, a_2

به همین ترتیب $w \geq 1$, $z \geq 1$ ، همچنین $t = n - a_4 \geq 0$
چون a_4 می‌تواند خود n هم باشد.

⟸ جواب سوال برابر با ضریب x^{n-4} در عبارت زیر است.

$$\underbrace{(1+x+x^2+x^3+\cdots)}_{x}\underbrace{(x+x^2+x^3+\cdots)^3}_{y,\,w,\,z}\underbrace{(1+x+x^2+x^3+\cdots)}_{t} = (1+x+x^2+x^3+\cdots)^2(x+x^2+x^3+\cdots)^3$$

رابطه بسته این عبارت برابر است با:

$$\left(\frac{1}{1-x}\right)^2 \times \left(\frac{x}{1-x}\right)^3 = \frac{x^3}{(1-x)^5}$$

می‌دانیم $\frac{1}{(1-x)^t} = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{k+t-1}{k} x^k \Leftarrow$

$$\frac{x^3}{(1-x)^5} = x^3 \left(\sum_{k=0}^{\infty} \binom{k+4}{k} x^k \right) = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{k+4}{k} x^{k+3}$$

طبق * باید به دنبال ضریب جمله x^{n-4} بگردیم: $x^{k+3} = x^{n-4} \Rightarrow k = n-7 \Rightarrow$ ضریب آن =

$$\binom{k+4}{k} = \binom{n-3}{n-7} = \boxed{\binom{n-3}{4}} \Longrightarrow$$

حکم ثابت شد و تعداد روش‌های انتخاب ۴ عضو دوبه‌دو نامتوالی برابر با $\binom{n-3}{4}$ است.